УДК: 621.311 https://doi.org/10.15407/jai2026.01.010

О. І. Стасюк[1], Л. Л. Гончарова[2]
[1,2] Національний транспортний університет, Україна
вул. М. Омеляновича-Павленка, 1, м. Київ, 01010
[1]ostasuk177@gmail.com
[2]ktarae188@gmail.com
[1]https://orcid.org/0000-0002-2889-2288
[2]https://orcid.org/0000-0003-0116-0682

ДИФЕРЕНЦІЙНІ МОДЕЛІ ОПТИМІЗАЦІЇ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИХ АГЕНТІВ У ДИНАМІЧНОМУ СЕРЕДОВИЩІ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Анотація. У статті розглянуто диференційні моделі оптимізації поведінки та стратегій інтелектуальних агентів, які функціонують у динамічному середовищі з невизначеністю. Дослідження зосереджено на математичному поданні динаміки станів, побудові механізмів оптимізації та розробці адаптивних стратегій прийняття рішень в умовах неповної або стохастичної інформації. Запропонований підхід ґрунтується на поєднанні диференціальних рівнянь, теорії керування та методів стохастичної оптимізації. Результати показують, що диференційні моделі забезпечують формальний апарат для аналізу стійкості, адаптивності та ефективності інтелектуальних агентів, дозволяючи визначати оптимальні стратегії у складних невизначених системах. Робота робить внесок у розвиток теоретичних засад проєктування інтелектуальних систем із високою надійністю та ефективністю у динамічних середовищах невизначеності.

Ключові слова: інтелектуальні агенти, диференційні моделі, оптимізаційні стратегії, динамічні системи, невизначеність, прийняття рішень, адаптивне керування, стохастичні процеси.

O. Stasiuk[1], L. Goncharova[2]
[1,2]National Transport University, Ukraine,
M. Omelyanovicha-Pavlenko St., 1, Kyiv, 01010
[1]ostasuk177@gmail.com
[2]ktarae188@gmail.com
[1]https://orcid.org/0000-0002-2889-2288
[2]https://orcid.org/0000-0003-0116-0682

DIFFERENTIAL MODELS FOR OPTIMIZING THE STRATEGY OF INTELLIGENT AGENTS IN A DYNAMIE ENVIRONMENT OF UNCERTAINTY

Abstract. This paper presents differential models for optimizing the behavior and strategies of intelligent agents operating in dynamic environments with uncertainty. The research focuses on the mathematical representation of state dynamics, the construction of optimization mechanisms, and the development of adaptive decision-making strategies under incomplete or stochastic information. The proposed approach is based on the integration of differential equations, control theory, and stochastic optimization methods. The results demonstrate that differential models provide a formal framework for analyzing stability, adaptability, and efficiency of intelligent agents, allowing for the identification of optimal strategies in complex uncertain systems. This work contributes to the development of theoretical foundations for designing intelligent systems with high robustness and efficiency in uncertain dynamic environments.

Keywords: intelligent agents, differential models, optimization strategies, dynamic systems, uncertainty, decision-making, adaptive control, stochastic processes.

Вступ

В умовах стрімкого розвитку систем штучного інтелекту, завдяки глобальній трансформації інформаційного простору та цифровізації суспільства, що суттєво вплинуло на еволюцію від простих чат-ботів до появи складних інтелектуальних агентів, стали ключовими питання у формуванні нової моделі взаємодії людини, інформації та технологій. Ідея створення **інтелектуальних агентів** (agent-based AI) не виникла раптово. Вона стала результатом **довгого еволюційного процесу** (рис.1), в якому кілька незалежних але потужних взаємопов'язаних напрямів науки і технологій, які розвивалися паралельно, поступово "сплелися" в концепцію єдиної ідеології **agent-based AI** [1-3]**.**

Рис.1. Еволюція інтелектуальних агентів

Сучасні потужні технології, що є складовими ідеології **agent-based AI,** пов'язані з спроможністю накопичення та обробки, в реальному часі, великих обсягів даних підвищеної складності та спрощеним доступом до них. Перспективні інтелектуальні технології, та відповідні платформи стали базою суттєвого розширення функціональних можливостей інтелектуальних агентів в плані розуміння цілей, самостійно ділити їх на підзавдання для виконання та покращення взаємодії з користувачами. Успіхів інтегральних технологій в сфері створення чіпів, орієнтованих для обробки інформації інтелектуальними агентами, відкрили можливість організації програмно-апаратних архітектур, здатних розуміти мову, генерувати текст і навіть виконувати складні розумові задачі, що дозволило агентам працювати з текстом, зображеннями, відео та аудіо одночасно. **І тільки коли ці напрями дозріли,** почали створюватися **агент-орієнтовані моделі штучного інтелекту,** де агент не просто виконує інструкції, а **сам формулює цілі, планує дії, адаптується і вчиться**. Спільне застосування цих технологій дало поштовх розвитку **сучасних інтелектуальних агентів,** які здатні самонавчатися, виконувати складні завдання, приймати рішення і взаємодіяти з людьми та середовищем, що сприяє їх широкому впровадженню в різних сферах [2-7].

Інтелектуальні агенти представляють собою програмні або апаратно-програмні комплекси, які на основі штучного інтелекту здатні самостійно аналізувати дані, приймати рішення, адаптуватися до динамічних змін середовища. Крім того, вони спроможні **прогнозувати майбутні стани, оптимізувати свою поведінку,** коригувати свою модель та політику, врахувати емоції, соціальну поведінку та взаємодіяти з іншими агентами або людьми природною мовою. У цьому контексті **організація інтелектуальних агентів** стає критичним фактором для досягнення ефективної, етичної та безпечної взаємодії між людиною і цифровим середовищем.

В дослідженні розглядаються способи моделювання оптимальної поведінки інтелектуальних агентів в умовах змінного інформаційного ландшафту, на основі диференційних математичних моделей. Акцентовано увагу на актуальності аналізу **оптимальних стратегій управління**, що реалізуються агентом у процесі взаємодії з середовищем, з урахуванням **стохастичної**

природи змін, неповноти інформації та ризиків. Ключовим викликом, при цьому, є формування стратегій оптимізації, які одночасно враховують ризик, очікувану вигоду та ймовірнісні траєкторії поведінки інтелектуального агента. Доведено необхідність створення строгих математичних підходів, що дозволяють інтелектуальним агентам ефективно функціонувати в умовах невизначеності та динамічних змін середовища. Показано, що диференційне моделювання виступає потужною методологічною основою для вирішення цих завдань, забезпечуючи аналітичні та чисельні інструменти для опису динаміки станів агентів та оптимізації їхніх стратегій у невизначеному середовищі. Досліджуються умови досягнення **максимальної ймовірності** майбутніх станів інтелектуальних агентів та **ефективності їх функціонування** під впливом керуючих дій та випадкових збурень.

Постановка задачі

Завдяки динамічному розвитку систем штучного інтелекту, інтелектуальні агенти виступають як ключові компоненти в адаптивному управлінні, самостійному прийнятті рішень та прогнозуванні складних процесів у різноманітних галузях — від технічних систем до соціально-економічного середовища. В зв'язку із зростанням складності інформаційних середовищ, в яких діють інтелектуальні агенти, стала критично важливою спроможність агентів не лише приймати рішення, а й **формувати оптимальні стратегії поведінки** з урахуванням змінних умов, невизначеності, ризиків і обмежених ресурсів. Ідея створення таких інтелектуальних агентів не виникла раптово, а є результатом тривалого еволюційного процесу, в якому незалежні, але взаємопов'язані напрями науки й технологій поступово інтегрувалися у цілісну концепцію. Ця інтеграція створила підґрунтя для формалізації математичних і диференційних моделей, які дозволяють досліджувати стратегії агентів у динамічному середовищі невизначеності.

В рамках даної роботи формулюється задача побудови методологічного комплексу (рис.2) для оптимізації стратегії інтелектуального агента, який ґрунтується на трьох взаємодоповнюючих концепціях. Ці три концептуальні підходи: **мінімізація ризику** дає локальну оптимізацію; **очікувана вигода** дає глобальну стратегію з урахуванням часу; **щільність ймовірностей** забезпечує статистичний опис невизначеності, які спільно формують єдиний методологічний комплекс [6-9].

Рис. 2. Методологічний комплекс

Особливої актуальності набуває **математичне моделювання динаміки стану агента**, що дозволяє аналізувати та оптимізувати траєкторію його еволюції у часі. У цьому контексті, є важливим забезпечення обліку стохастичних факторів зовнішнього середовища, в якому функціонують інтелектуальні агенти, адаптація стратегій агентів відповідно до нових умов, моніторинг оцінки

ефективності стратегії з урахуванням ризиків та часових і системних обмежень, а також прогнозування подальшого стану агентів в умовах невизначеності [19-13].

Таким чином, задача полягає у побудові диференційних моделей, що поєднують ці три рівні опису, та у розробці алгоритмів їх розв'язання для оптимізації поведінки інтелектуальних агентів у динамічних умовах невизначеності.

Мета дослідження

Метою дослідження є розробка диференційних математичних моделей оптимізації динаміки станів інтелектуальних агентів у динамічному середовищі невизначеності **(**яке може чинити протидію або змінювати динаміку переходів), шляхом формування єдиного методологічного комплексу, що включає концептуальні підходи: формалізації локальної стратегії агента у момент часу; визначення функції очікуваної вигоди агента у динамічному середовищі; формування функції щільності ймовірностей для моделювання майбутніх дій агентів, прогнозування їх поведінки і формування **найвірогідніших** та **найвигідніших** стратегій.

Дослідження проблеми

В інтелектуальних агентах, інноваційне вирішення складних проблем базується на використанні комбінації правил та об'єднанні різних підходів машинного навчання, планування, оптимізації, евристичних методів і адаптивного прийняття рішень. Процедури машинного навчання відкривають можливість агентам навчатися на великій кількості даних, знаходити закономірності та прогнозувати оптимальні рішення. Завдяки аналізу великого об'єму первинних даних та застосуванню евристичних і еволюційних алгоритмів креативності, інтелектуальні агенти генерують інноваційні продукти, створюють нові ідеї, проводять дослідження складних середовищ та оптимізацію ресурсів. М**оделі евристичних алгоритмів креативності** представляються у вигляді сукупності математичних залежностей, що дозволяють описувати **динаміку пошуку оптимальних рішень** у складних просторах. Отримавши досвід, та нові вхідні дані, інтелектуальний агент змінює свою поведінку, проводить планування найкращих шляхів до цілі, формує процедури для пошуку оптимальних рішень на основі застосування оптимізаційних методів [2-9].

В контексті прийняття агентом креативних рішень, процес **моделювання інтелектуальних процедур** ґрунтується на трьох ключових концепціях. Перший концептуальний підхід базується на **мінімізації ризику** інтелектуального агента як точки мінімуму функції $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$, тобто проведення локальної оптимізації, що може відповідати найвигіднішій поведінці агента у заданому моменті часу t з метою швидкого прийняття рішень. Фактично це **еволюційний процес**, завдяки якому інтелектуальний агент прагне знайти таку траєкторію свого розвитку, поступово змінюючи свій стан $X(t)=(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))^T$, щоб мінімізувати функцію $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$ **ризику.**

В основі другого концептуального підходу закладено процедури, що базуються на креативних математичних моделях і методах визначення **функції** очікуваної вигоди $V(X(t),t)$ інтелектуального агента у динамічному середовищі, яку отримає агент, почавши в стані $X(t)=(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))^T$ в час t, та діючи оптимально надалі. Визначення функції $V(X(t),t)$, як правило, реалізується шляхом моделювання зворотного рівняння Колмогорова у **безперервному часі**. Таким чином, інтелектуальний агент оптимізує не лише локальну дію, але й глобальну траєкторію з урахуванням майбутніх станів системи.

В третій концепції використовуються евристичні моделі і креативні алгоритми визначення еволюції функції щільності ймовірностей $P(X(t),t)$ за допомогою якої описується розподіл можливих траєкторій поведінки інтелектуального агента, а також розподіл значень, які приймає стратегія. Функція $P(X(t),t)$, представляє ймовірнісний опис невизначеності, тобто статистичне розподілення ймовірного

перебігу подій при вибраній стратегії і показує, в якому стані $X^*(t)=(x^*_1(t),x^*_2(t),\ldots,x^*_n(t))^T$ може знаходитися інтелектуальний агент у час t^*, якщо рухається за заданою стратегією. Обчислення функції щільності ймовірностей $P(X(t),t)$ дуже часто реалізується шляхом рішення прямого рівняння Колмогорова. Це забезпечує статистичний опис ризиків та ймовірнісну інтерпретацію стратегій агента [11-14].

Поєднання цих ключових концепцій, а саме механізму пошуку **оптимальної стратегії,** через стохастичний градієнтний спуск, визначення оптимальної вигоди $V(X(t),t)$ та обчислення **щільності ймовірностей** $P(X(t),t)$, яка показує як поширюється ймовірність стратегії в часі, допомагає обрати як **найвірогіднішу**, так і **найвигіднішу** стратегію і є основа моделювання інтелектуальних агентів.

Для дослідження методів, що відкривають можливість розширення функціональних можливостей інтелектуальних агентів, в основі яких використовуються вищевказані ключові концепції, скористаємося фундаментальними положеннями теорії диференційних перетворень. Завдяки застосуванню математичного апарату диференційних перетворень, організація обчислювального процесу реалізується наступним чином. Спочатку первинна математична модель представляється в області диференційних зображень у вигляді сукупності рекурентних алгебраїчних залежностей. На другому етапі, формується диференційний спектр шляхом реалізації рекурентних алгебраїчних процедур. На останньому етапі, шляхом проведення процедури зворотного диференційного перетворення над сформованим раніше диференційним спектром, получимо рішення первинної задачі у аналітичному вигляді в часовій t області.

Фактично, організація обчислювального процессу, на основі застосування диференційних перетворень, зводиться до моделювання сукупності рекурентних алгебраїчних залежностей.

Основні положення теорії диференціальних перетворень

Для формування диференційних математичних моделей, що описують, у вигляді рекурентних алгебраїчних залежностей, динаміку пошуку оптимальних рішень інтелектуального агента, використаємо положення теорії диференціальних перетворень, представлених наступною парою математичних залежностей [8,14]

$$X_j^i(k)=\frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x^i(t_j)}{dt^k}\right]_{t_j} \doteq x^i(t_j)= \sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t_j}{H_j}\right)^k X_j^i(k), \qquad (1)$$

$i=1,2,\ldots n,\ j=0,1,2,\ldots m,\ k=0,1,2,3,\ldots$

де $x^i(t_j)$ - первісна функція $j^{го}$ параметра аргументу t; $X_j^i(k)$ – диференційне Т-зображення первісної функції $x^i(t_j)$; H_j– масштабний коефіцієнт, розмірність якого співпадає з розмірністю аргументу t, як правило, вибирається на умовах $0 \le t \le H$ на всьому діапазоні функції – оригіналу $x^i(t_j)$; $\doteq$ – символ відповідності між функцією - оригіналом $x^i(t_j)$ і його диференційним T-зображенням $X_j^i(k)$. Завдяки прямому диференційному перетворенню, що знаходиться ліворуч від символу $\doteq$, формується диференційне T-зображення функції – оригіналу $x^i(t_j)$ у вигляді дискретної функції $X_j^i(k)$ цілочислового аргументу k=0,1,2,... На основі сукупності p значень T-дискет $X_j^i(0),\ X_j^i(1),\ X_j^i(2),\ldots X_j^i(f)$, функції цілочислового аргументу $X_j^i(k)$ k=0,1,2,.., та зворотного диференційного перетворення, що знаходиться праворуч від символу $\doteq$, отримаємо функцію-оригінал $x^i(t_j)$. Відмітимо, що при k=0 згідно (3), для любого миттєвого значення t_j кожного $j^{го}$ параметру $x^i(t_j)$ виконуються наступні рівності $x^i(t_0)=X_0^i(0)$ $x^i(t_1)=X_1^i(0)$, $x^i(t_2)=X_2^i(0)$, $x^i(t_j)=X_j^i(0)$,

$i=1,2,\ldots n,\ j=0,1,2,\ldots m.$

Процедури оптимізації поведінки інтелектуальних агентів

Стан інтелектуального агента $X(t)=(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))^T$ є фундаментальним для визначення оптимальної стратегії, що реалізується шляхом знаходження **функції винагороди,** яка залежить від параметрів середовищ, його стану і дозволяє визначити, наскільки корисна ця стратегія. В результаті керуючих впливів вибраної стратегії, отримуємо **оновлений вектор** $X^{i+1}(t)=(x_1{}^{i+1}(t), x^{i+1}{}_2(t),\ldots,x^{i+1}{}_n(t))^T$ оптимізованого стану інтелектуального агента в момент t_{j+1}, що є результатом адаптації стратегії агента на основі поточних умов. Параметри $x_l^{j+1}(t)$ можуть інтерпретуватися як нові координати агента у просторі станів або **оновлені характеристики** політики прийняття рішень, а також як **модифіковані параметри керування**, що дозволяють агенту ефективніше взаємодіяти із середовищем. Кожен компонент $x_l^{j+1}(t)$ вектора є **оптимізованим значенням параметра**, що впливає на прийняття рішень агентом. В задачах управління ці параметри $x_l^{j+1}(t)$ можуть бути характеристиками дій, а в задачах машинного навчання представляються вагами нейромережі. Фактично $X^{i+1}(t)=(x_1{}^{i+1}(t), x^{i+1}{}_2(t),\ldots,x^{i+1}{}_n(t))^T$ **є** наближення до точки локального мінімуму функції евристичної оцінки $f(x_1(t), x_2(t),\ldots,x_n(t))$, тобто найкращого знайденого рішення у просторі параметрів ідей або стратегій і трактується як поточна найефективніша конфігурація стану інтелектуального агента. У відповідь на зміну середовища, завдяки вектору $X^{i+1}(t)=(x_1{}^{i+1}(t),x^{i+1}{}_2(t),\ldots,x^{i+1}{}_n(t))^T$, визначається набір оптимальних дій. Якщо рішення $X^{i+1}(t)=(x_1{}^{i+1}(t),x^{i+1}{}_2(t),\ldots,x^{i+1}{}_n(t))^T$ не є оптимальним, процес може продовжуватися, адаптуючи вектор станів до нових умов. Фактично, отриманий вектор $X^{i+1}(t)=(x_1{}^{i+1}(t),x^{i+1}{}_2(t),\ldots,x^{i+1}{}_n(t))^T$ **є ключовим результатом,** який визначає **оптимальну конфігурацію параметрів агента,** що дозволяє йому ефективно діяти у складному, динамічному середовищі.

Диференційні моделі локальної оптимізації ризику інтелектуального агента

Проведення локальної оптимізації, згідно першого концептуального підходу, базується на **мінімізація** функції $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$. В зв'язку з цим, одним із ключових моментів формування диференційних моделей для локальної оптимізації поведінки інтелектуального агента, в кожний момент часу t, є **формалізація стратегії мінімізації ризику.** В процесі свого функціонування інтелектуальний агент прагне знайти таку траєкторію, яка мінімізує функцію втрат $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$ або ризику. Формалізація локальної стратегії агента в кожний момент часу t_j, що відповідає найвигіднішій поведінці агента і є основою для швидкого прийняття рішень в умовах невизначеності.

Процедура локальної оптимізації траєкторії розвитку агента забезпечує **адаптивну реакцію** його на зміни середовища, швидке прийняття рішень у моменті t_j та мінімізує ризик у цьому середовищі. В той же час, пряма оптимізація стану агента часто неможлива**,** бо середовище невизначене, а функція $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$ ризику, як правило, складна (нелінійна, стохастична). В таких випадках, замість повного аналітичного розв'язку поставленого завдання, застосовують **евристичні методи** (наближення), які дозволяють адаптувати стратегію. Ключовим методом **моделювання евристичних алгоритмів, для мінімізації ризику**, є **стохастичний градієнтний спуск (SGD)**, який, по суті, **виступає математичним механізмом еволюції станів інтелектуального агента, щоб зменшити втрати. Завдяки застосуванню SGD поєднується** пошук локально-оптимальних рішень, адаптація до змін середовища та невизначеності шляхом генерації динаміки станів $X(t)=(x_1(t), x_2(t),\ldots,x_n(t))^T$ інтелектуального агента. Таким чином, евристичні алгоритми креативності можуть бути реалізовані через процедури стохастичного градієнтного спуску, що дозволяє агенту не лише оптимізувати рішення, а й виходити

за межі локальних мінімумів, імітуючи механізми творчого пошуку.

Динаміка креативного пошуку описується диференційними рівняннями стохастичного градієнтного спуску, що допомагає інтелектуальному агенту знаходити оптимальні рішення у вигляді [7-11].

$$\frac{dX(t)}{dt} = -\nabla f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t)) + \lambda\eta(t), \quad (2)$$

де $X^i(t)=(x^i_1(t),\ x^i_2(t),\dots,x^i_n(t))^T$ — вектор стану інтелектуального агента в момент t_i, в просторі ідей (наприклад, набір параметрів творчого рішення); $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ — функція евристичної оцінки креативності ідеї (функція вигоди або корисності); $\nabla f(X) = (\frac{\partial f}{\partial x1}, \frac{\partial f}{\partial x2}, \dots \frac{\partial f}{\partial xn})^T$ — градієнт цільової функції втрат показує, в якому напрямку агент повинен змінювати свої параметри, щоб покращити результат; $\eta(t)$ — стохастичний шум, що відображає випадковість у творчому процесі; λ — параметр "консервативності", що визначає, наскільки сильно агент відхиляється від вже знайдених рішень.

Вираз $\lambda\eta(t)$ є ключовим елементом для творчого та адаптивного пошуку в задачах штучного інтелекту, де важливо поєднувати експлуатацію поточних знань і дослідження нових можливостей. Ця складова імітує "творчу варіативність", оскільки додає елемент випадковості в процес ухвалення рішень, що дозволяє інтелектуальному агенту не застрягати в локальних мінімумах, а досліджувати ширший простір можливих рішень. Стохастичний шум $\eta(t)$, як конкретна функція, не відома наперед, але відомі її статистичні властивості, наприклад, як гаусовський шум з певною дисперсією. Зазвичай $\eta(t)$ залежить від типу задачі і моделюється як **білий шум**. Формування функції стохастичного шуму η(t) залежить від рівня «творчої свободи». Якщо $\lambda > 0$, то додається досліджувальний фактор, який дозволяє інтелектуальному агенту виходити з локальних мінімумів і досліджувати інші області простору рішень. Фактично, при великому λ реалізується білий шум, якщо λ приймає малі значення, то відповідно менший шум, а у випадку, коли інтенсивність шуму $\lambda \to 0$, то отримаємо класичний градієнтний спуск.

Вектор градієнта $\nabla f(X)=(\frac{\partial f}{\partial x1}, \frac{\partial f}{\partial x2}, \dots \frac{\partial f}{\partial xn})^t$, компоненти якого складаються із відповідних частинних похідних функції $f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t))$, показує напрямок найбільшого **зростання** цієї функції $f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t))$, тобто збільшення висоти. Оскільки у градієнтному **спуску,** представленому виразом (2), ми шукаємо мінімум**,** тому рухаємося у протилежному напрямку, фактично проти градієнта $\nabla f(X)$. Саме тому перед градієнтом $\nabla f(X)$, в виразі (2), ставиться знак мінус, що означає рух у бік зменшення $f(X)$.

Функція евристичної оцінки креативності ідеї $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ може бути відомою наперед, якщо чітко задані критерії оцінки ідеї, наприклад новизна, ефективність, адаптивність або відома математична модель задачі, яку необхідно оптимізувати. Але, нерідко функція $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ є частково або повністю невідомою**,** тоді вона наближається емпірично, через первинні дані або експерименти і може бути представлена в табличній формі. Представляє інтерес випадок, коли функція $f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t))$ **вивчається/оновлюється під час роботи інтелектуального агента,** тобто $f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t)) \to f(x_1(t),x_2(t),\dots,x_n(t),\theta(t))$ де $\theta(t)$ — параметри, що адаптуються.

Відмітимо, **якщо кожен параметр** $x^j_i(t)$ вектор стану інтелектуального агента $X^j(t)=(x^j_1(t),\ x^j_2(t),\dots,x^j_n(t))^T$, $(i=1,2,\dots n,\ j=1,2,\dots m)$ **незалежний від інших**, тобто між ними **немає функціонального чи стохастичного зв'язку**, тоді **частинні похідні** $\frac{\partial f(X(t))}{\partial xi}$, в виразі (2), фактично **тотожні звичайній похідній** $\frac{df(X(t))}{dxi}$ в кожному окремому напрямку $x^j_i(t)$. Тобто градієнт $\nabla f(X)$ можна аналізувати **поелементно** $\frac{\partial f(X(t))}{\partial xi} = \frac{df(X(t))}{dxi}$ в сенсі **аналізу по кожній змінній окремо**, при фіксованих значеннях інших змінних. Якщо змінні **залежать одна від одної,** треба **використовувати частинні похідні** [10-13].

Для спрощення процедури формування диференційних моделей локальної

оптимізації **ризику** інтелектуального агента будемо рахувати, що параметри $x^j_i(t)$ вектор стану інтелектуального агента $X^j(t)=(x^j_1(t), x^j_2(t),\dots,x^j_n(t))^T$ **незалежні між собою,** тобто між ними **немає функціонального чи стохастичного зв'язку.** Функція евристичної оцінки $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ задана в табличній формі у вигляді відповідного набору значень $f^j(x_1(t_j)), f^j(x_2(t_j)), f^j(x_3(t_j)),\dots f^j(x_n(t_j))$ та функція стохастичний шум — $\eta_{xi}(t)$ задана також в табличній формі, що можна представити наступним чином $\eta^j_{x1}(t_j), \eta^j_{x2}(t_j),\dots \eta^j_{xi}(t_j),.. \eta^j_{xn}(t_j)$ $i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$.

Тоді, у багатовимірному просторі, процес формування процедури локальної оптимізації ризику інтелектуального агента реалізується згідно (2), шляхом представлення системи диференційних рівнянь виду

$$\frac{dx1}{dt} = -\frac{df(X(t))}{dx1} + \lambda\eta_{x1}(t)$$
$$\frac{dx2}{dt} = -\frac{df(X(t))}{dx2} + \lambda\eta_{x2}(t) \qquad (3)$$
$$\frac{dxn}{dt} = -\frac{df(X(t))}{dxn} + \lambda\eta_{xn}(t),$$

з відповідними початковими умовами $t_0=0$, $x_i(0)=0$, $(i=1,2,\dots n)$.

Диференційну модель локальної оптимізації стратегій інтелектуальних агентів синтезуємо шляхом застосування прямого диференційним перетворенням $X^i_j(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x^i(t_j)}{dt^k}\right]_{t_j}$, представленого виразом (1), для кожної складової системи диференційних рівнянь (3). В першу чергу, реалізуємо процедуру перетворення табличних значень функцій $f^j(x_1(t_j))$, $f^j(x_2(t_j))$, $f^j(x_3(t_j)),\dots f^j(x_n(t_j))$ в диференційні спектри, скористаємося прямим диференційним перетворенням (1). Застосувавши пряме диференційне перетворення до отриманої всієї сукупності функцій евристичної оцінки $f^j(x_1(t_j))$, $f^j(x_2(t_j))$, $f^j(x_3(t_j)),\dots f^j(x_n(t_j))$, сформуємо систему лінійних рівнянь $g^{го}$ порядку виду [9-11].

$$F_{xi}{}^j(0) + (\Theta_i^{j+1}/H_{j+1})\, F_{xi}{}^j(1) + (\Theta_i^{j+1}/H_{j+1})^2\, F_{xi}{}^j(2)+\dots+(\Theta_i^{j+1}/H_{j+1})^g = f^j(xi\,(t_{J+1}))$$

$$F_{xi}{}^j(0)+(\Theta_i^{j+2}/H_{j+1})\, F_{xi}{}^j(1) + (\Theta_i^{j+2}/H_{j+1})^2\, F_{xi}{}^j(2)+\dots+(\Theta_i^{j+2}/H_{j+1})^g = f^j(xi\,(t_{J+2})) \quad (4)$$

$$F_{xi}{}^j(0)+ (\Theta_i^{j+g}/H_{j+1})\, F_{xi}{}^j(1) + (\Theta_i^{j+g}/H_{j+1})^2\, F_{xi}{}^j(2)+\dots+(\Theta_i^{j+g}/H_{j+1})^g = f^j(xi\,(t_{J+g}))$$

при умові $t_0=0$, $t_{j+1}=t_j+\Delta t_j$, $x_i(t_{j+1})= x_i(t_j+\Delta t_j)$, $\Delta^j x_i = x_i(t_{j+1}) - x_i(t_j)$, $x_i(t_j) \le \Delta^j x_i \le x_i(t_{j+1})$, $\Theta_i^j=\Delta^j x_i$, $\Theta_i^{j+1}= \Theta_i^j+\Delta^j x_i$, $i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$

Розв'язавши систему лінійних алгебраїчних рівнянь (4), отримаємо відображення функцій евристичної оцінки $f^j(x_1(t_j)), f^j(x_2(t_j)),\dots f^j(x_n(t_j$ у вигляді диференційний спектрів, відповідно,

$$[(F_{x1}{}^j(0), F_{x1}{}^j(1),.. F_{x1}{}^j(k)); (F_{x2}{}^j(0), F_{x2}{}^j(1) ,..$$
$$F_{x2}{}^j(k));\dots.(F_{xg}{}^j(0), F_{xg}{}^j(1), ,.. F_{xg}{}^j(k)].$$

Отриманий диференційний спектр $(F_{xi}{}^j(0), F_{xi}{}^j(1) ,.. F_{xi}{}^j(k))$ є основою формування функції $f(x_i(t))$, в аналітичному вигляді, представленому рядом

$$f(x_{i+1}(t)) = F_{xi}{}^j(0)+\frac{x_i}{H_j}F_{xi}{}^j(1)+\left(\frac{x_i}{H_j}\right)^2 F_{xi}{}^j(2)+\left(\frac{x_i}{H_j}\right)^3 F_{xi}{}^j(3)+\dots \left(\frac{x_i}{H_j}\right)^g F_{xi}{}^j(g). \quad (5)$$

Аналогічним чином формується диференційний спектр для функції $\eta_{xi}(t)$, яка задана в табличній формі, $\eta^j_{x1}(t_j)$, $\eta^j_{x2}(t_j),\dots$ $\eta^j_{xi}(t_j),..$ $\eta^j_{xn}(t_j)$ $i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$. Для цього, використавши пряме диференційне перетворення (1) для $\eta_{x1}(t)$, $\eta_{x2}(t)$, $\eta_{xn}(t)$, та сформувавши систему лінійних рівнянь $g^{го}$ порядку виду (5) і розв'язавши її отримаємо диференційний спектр $\eta_{xi}(t)$

$$[(\eta_{x1}(0), \eta_{x1}(1), \eta_{x1}(2),.. \eta_{x1}(k)); (\eta_{x2}(0), \eta_{x2}(1), \eta_{x2}(2),\dots \eta_{x2}(k));\dots$$
$$(\eta_{xn}(0), \eta_{xn}(1), \eta_{xn}(2), \dots \eta_{xn}(k))];$$
$$k=0,1,2,3\dots .$$

Зображення похідної $\frac{dxi}{dt}$ в виразі (3) на основі (1) може бути записано у вигляді $\frac{k+1}{H} X_i(k+1) \dot{-} \frac{dxi}{dt}$, а зображення похідної функції евристичної оцінки як $Z_{xi}(k)=\frac{1}{X(1)}(k+1)F_{xi}$ $(k+1)\sum_{l=0}^{l=k-l}(l+1)X(l+1)\,Zxi(k-l) \dot{-} \frac{df(xi(t))}{dxi} = Z_{xi}(t)$, $i=1,2,\dots n$.

Тоді диференційна модель системи диференційних рівнянь (3) може бути записана наступним чино [ ]

$$X_i(k+1)= Z_{xi}(k)+ \lambda\eta_{xi}(k)$$
$$Z_{xi}(k)=\frac{1}{X(1)}F_{xi}\,(k+1)\sum_{l=0}^{l=k-l}(l+1)X(l+1)\,Zxi(k-l) \quad (6)$$

$i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$, $k=0,1,2,3,\dots$.
з початковими умовами $x_i(0)=0$, $t_0=0$, представленими області диференційних зображень при $k=0$, в наступному вигляді $x_1(0)=X_1^0(0)$, $x_2(0)=X_2^0(0)$, … $x_n(0)=X_n^0(0)$, $f^0(x_i(t_0)=F_{xi}{}^0(0)$, $\eta_{x1}(t_0)=\eta_{x1}(0)$. В загальному вигляді, на інтервалі $H=T$, при $j=0,1,2,\dots m$ можна записати $x_i(t_0)=X_i^0(0)$, $x_i(t_1)=X_i^1(0)$, $x_i(t_2)=X_i^2(0)$, … $x_i(t_j)=X_i^j(0)$, $Z_{xi}(0)=0$, $F_{xi}{}^j(0)$, $\eta^j{}_{xi}(0)$, ($F_{xi}{}^j(0)$, $\eta^j{}_{xi}(0)$ - диференційне зображення функції $f^j(x_i(t_j)$, $\eta^j{}_{xi}(t_j)$ в кожній $j^{й}$ точці t_j),
$i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$, $k=0,1,2,3,\dots$.

Сформована диференційна модель, представлена сукупністю рекурентних алгебраїчних залежностей (6), є основою визначення диференційного спектру кожного із сукупності параметрів $x_1(t)$, $x_2(t),\dots,x_n(t)$, що представляють динаміку станів $X(t)=(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))^T$ інтелектуального агента. Далі, застосувавши зворотне диференційне перетворення (1) до набору дискрет диференційного спектра кожного із параметрів $x_1(t)$, $x_2(t),\dots,x_n(t)$ отримаємо результат рішення в аналітичному вигляді у часовій області.

Для отримання p дискрет диференційного спектру параметру $x_i(t)$, проведемо процедуру моделювання сукупності рекурентних алгебраїчних залежностей (6) при послідовному наборі значень $k=0$, $k=1$, $k=2,..$ $k=p$, де число p обирається за умови необхідної точності обчислень.

В систему рівнянь (6), при k=0, t0=0, підставимо дискрети Fxi(0), ηx1(0) які визначені згідно (4) та на основі початкових умов xi(t0)=Xi(0), Zxi(0)=0, отримаємо наступну дискрету Xi(1)= ληxi(0) шуканого диференціального спектра. Далі, при k=1, t0=0, підставимо отримане значення Xi(1)= ληxi(0) в рекурентну алгебраїчну залежність (6) і отримаємо значення наступної дискрети

$$X_i(2)=Z_{xi}(1)+\lambda\eta_{xi}(k),$$

$Z_{xi}(1)=\frac{Fxi(2)\,Xi(1)\,Zxi(0)}{Xi(1)}$. Реалізувавши вищерозглянуті процедури, необхідну кількість разів, що визначається заданою точністю обчислень, отримаємо рішення системи диференційних рівнянь (3) у вигляді диференційного спектру $[X_i(0), X_i(1)=\lambda\eta_{xi}(0), X_i(2)=Z_{xi}(1)+\lambda\eta_{xi}(k),\dots]$ $i=1,2,\dots n$ кожного із параметрів $x_1(t)$ із сукупності параметрів, що представляють динаміку станів $X(t)=(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))^T$ інтелектуального агента.

Використавши зворотне диференційне перетворення

$$x^i(t_j)=\sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t_j}{H_j}\right)^k X_j^i(k),$$

згідно (1), до отриманого диференційного спектру, отримаємо рішення рівнянь стохастичного градієнтного спуску (2). Фактично отримаємо n функціональних залежностей $x_1(t)$ кожного параметра стану агента, що представляється в аналітичному вигляді рядом Тейлора $0\le\tau_j\le H_j$ як

$$x_i(t_j)=X_i^j(0)+\frac{\tau_j}{H}(\lambda\eta_{xi}(0)-\psi_{xi})+\left(\frac{\tau_j}{H}\right)^2\eta_{xi}(1)+\dots, \quad (7)$$

$i=1,2,\dots n$, $j=0,1,2,\dots m$, $k=0,1,2,3,\dots$.

Отримана сукупність функціональних залежностей $x_1(t)$ на основі (7) може інтерпретуватися як нові координати агента у просторі станів, що дозволяють агенту ефективніше взаємодіяти із середовищем. Сукупність параметрів $x_1(t)$, які відображають стан агентів та представлених у вигляді ряду Тейлора, відкривають можливість звести задачу мінімізації ризику, тобто проведення локальної оптимізації до аналітичної системи рівнянь, що може відповідати найвигіднішій поведінці агента у заданому моменті часу t з метою швидкого прийняття рішень.

В деяких випадках з'являється необхідність визначити не тільки миттєвий стан $X(t)=(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))^T$ інтелектуального агента, а й усередненого **значенням** $\theta_i(t)$ **кожного параметра** $x_1(t)$, який представляється в аналітичній формі у вигляді ряду Тейлора (7) на часовому інтервалі $[t_0,T]$. У контексті роботи інтелектуального агента, знання **середнього значення** $\theta_i(t)$ **траєкторії зміни параметра** $x_1(t)$, з часом особливо цінні у випадках, коли необхідно оцінити **стійкість, тенденцію** або **ефективність дій** агента протягом періоду або з'являється потреба в **агрегованій інформації** про його

поведінку. Формальний критерій усереднення **траєкторії** $x_1(t)$ **зміни за часом параметрів** стану агента $X^j(t)=(x^j_1(t), x^j_2(t),\dots,x^j_n(t))^T$, на інтервалі $[t_0,T]$, може бути записано у вигляді

$$\theta i(t) = \frac{1}{T-t_0}\int_{t=t_0}^{T} x_i(t)dt. \quad i=1,2,3,\dots n \quad (8)$$

Зображення критерію усереднення **траєкторії** $x_1(t)$, представленого виразом (8), на основі (1) може бути записано у вигляді

$$\theta_i(k) = \sum_{k=0}^{k=\infty} \frac{X_i(k)}{k+1}.$$
$$i=1,2,3,\dots n,\ k=0,1,2,3,.. \quad (9)$$

Підставимо в вираз (9) значення дискрет $X_i(k)$ отриманого диференційного спектру $[X_i(0), X_i(1)= \lambda\eta_{xi}(0), X_i(2)= Z_{xi}(1)+ \lambda\eta_{xi}(k),\dots\ ]$ $i=1,2,\dots n$, в результаті рішення системи диференційних рівнянь (6), для кожного параметра $x_1(t)$ із сукупності параметрів інтелектуального агента і отримаємо новий диференційний спектр, що представляє **усереднене** $\theta_i(t)$ **значення кожного параметра** $x_i(t)$ агента в наступному вигляді $[\theta_i(0), \theta_i(1), \theta_i(k2), \dots \theta_i(k)\ ]$.

Отримана сукупність дискрет $\theta_i(k)$, диференційний спектр є основою формування **середнього значення** $\theta_i(t)$ **параметра** $x_i(t)$ на інтервалі $[t_0,T]$, в аналітичному вигляді, представленому рядом Тейлора

$$\theta_i(t) = \theta_i(0)+ \frac{1}{2}\theta_i(1)+ \frac{1}{3}\theta_i(2) + \frac{1}{4}\theta_i(3)+\dots+ \frac{1}{k+1}\theta_i(k))+\dots \quad (10)$$

Усереднення згладжує флуктуації стохастичних процесів (поштовхи в SGD, шум середовища). Це дозволяє оцінювати "тренд" параметра, а не миттєві коливання. Значення $\theta_i(t)$ можна трактувати як асимптотичну оцінку очікуваного значення параметра $x^j_i(t)$, що наближено відповідає статистичному підходу. Завдяки використанню **усередненої** $\theta_i(t)$ **поведінки параметра** $x_i(t)$ протягом часового інтервалу $[t_0,T]$, відкривається можливість прогнозування динаміки параметрів агента у майбутньому, **формувати стратегічне планування** для прийняття довгострокових рішень та п**орівнювати ефективність стратегій,** що дозволяє обрати оптимальні варіанти.

Важливий нюанс, якщо середовище стаціонарне, тоді усереднення $\theta_i(t)$ на $[t_0,T]$ добре наближає справжній мінімум. Коли середовище має великий рівень динамічності, тоді $\theta_i(t)$ може згладжувати, але втрачати важливі адаптивні деталі. У такому випадку варто брати, в виразі (8) ковзне середнє, щоб мати адаптивне оцінювання.

Оскільки, кожен параметр $\theta_i(t)$ представляється, згідно (10), в аналітичному вигляді, то ми дійсно можемо застосовувати **похідні** для аналізу **екстремумів** (оптимумів) — **мінімумів або максимумів** — функцій $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$. В подальшому розгляді функції втрат $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ (ризику), для визначення стійкої оптимальної точки відфільтровуючи випадкові стрибки, необхідно реалізувати процедуру пошуку екстремуму цієї функції. В цьому випадку її можна апроксимувати через усереднені параметри $\theta_i(t)$ наступним чином:

$$F(\theta) =f(\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t),\dots \theta_n(t)).$$

Дослідження функціоналу $F(\theta)=f(\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t),\dots \theta_n(t))$ на екстремум дає можливість виявити точку мінімуму функції втрат $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ і означає пошук стійкої оптимальної точки (мінімуму втрат), відфільтровуючи випадкові стрибки. Відомо, що необхідними умовами існування екстремуму $F(\theta)=f(\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t),\dots \theta_n(t))$ згідно теореми Куна-Такера, є умови [14]

$$\frac{\partial F(\theta)}{\partial \mathrm{xi(t)}} = 0. \quad i=1,2,3,\dots n. \quad (11)$$

Взявши, згідно (11), відповідні частинні похідні $F(\theta) =f(\theta_1(t), \theta_2(t), \theta_3(t),\dots \theta_n(t))$, одержимо систему лінійних алгебричних рівнянь, розв'язавши які, отримаємо значення екстремуму. Знаки екстремумів визначаються на основі перевірки достатніх умов. Обчисливши другі частинні похідні $F(\theta)$,

$$\frac{\partial^2 F(\theta)}{\partial^2 \mathrm{xi(t)}} < 0, \quad i=1,2,3,\dots n, \quad (12)$$

отримаємо систему алгебраїчних нерівностей, рішення яких показує на виконання або невиконання достатніх умов.

Вищеописана процедура визначення функції $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ евристичної

оцінки втрат або ризику представлена в загальному вигляді, де значення $f^j(x_1(t_j))$, $f^j(x_2(t_j))$, $f^j(x_3(t_j)),\dots$ $f^j(x_n(t_j))$, а також стохастичний шум — $\eta_{xi}(t)$ задані в табличній формі, що суттєво ускладнює обчислювальний процес. Якщо функція $f(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))$ задана в аналітичному вигляді, то обчислювальний процес суттєво спрощується.

В якості прикладу, по аналогії (6), розглянемо організацію рекурентної математичної залежності для випадку, коли функції евристичної оцінки $f(x(t))= x^2$, а її похідна відповідно $f'(x_1(t))=2x$. Представивши рівняння стохастичного градієнтного спуску (3) в диференційній області, на основі диференційних перетворень (1), отримаємо, по аналогії з (6), рекурентну алгебраїчну залежність виду

$$X_1^j(k+1) = -2\ X_1^j(k)+ \lambda\eta_{x1}(k).\ i =1,$$
$$k =0,1,2,\dots.\ \ j=0,1,2,\dots\ m \qquad (13)$$

Диференційна модель (13) є основою визначення диференційного спектру сукупності параметрів $x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t)$. В подальшому, по аналогії з вищеописаним, шляхом застосування зворотного диференційного перетворення (1), отримаємо рішення рівнянь стохастичного градієнтного спуску (2), в аналітичному виді представленого рядом Тейлора.

Диференційні моделі визначення очікуваної вигоди *V(X(t),t)* інтелектуального агента

Другий концептуальний підхід, в контексті оптимізації інтелектуальним агентом очікуваної вигоди, базується на креативних математичних моделях і методах максимізації функції $V(X(t),t)$, шляхом визначення **оптимальної** стратегії u_i, яка залежить від параметрів середовищ, його стану і дозволяє визначити, наскільки корисна ця стратегія u_i. Фундаментальними при цьому є методи формування набору правил, або процедур $U\in (u_1,u_2,\dots,u_m)$, які необхідно виконати агенту в стані $X(t)=(x_1(t), x_2(t),\dots,x_n(t))^T$. **Нагорода** $V(X(t),t$ **за дію** $U\in (u_1,u_2,\dots,u_m)$ може бути представлена в загальному вигляді функції нагород $V(X,U,X^*)$, де $X^*(t)=(x^*_1(t),x^*_2(t),\dots,x^*_n(t))^T$ – наступний стан агента, який сформовано після впливу U.

У процесі прийняття рішень інтелектуальний агент у динамічному середовищі невизначеності повинен оцінювати очікувану вигоду від перебування в певному стані $X(t)$ у момент часу t. Така оцінка формалізується через функцію вигоди (цінності) $V(X(t),t)$, яка описує очікуваний сумарний прибуток (корисність) від поточної стратегії агента з урахуванням майбутньої еволюції середовища. Визначення **функції вигоди** $V(X(t),t)$, як правило, реалізується шляхом моделювання зворотного рівняння Колмогорова у **безперервному часі**.

$$\frac{\partial V}{\partial \mathrm{t}}(x,t) - \alpha\frac{\partial V}{\partial x}(x,t) + \frac{\alpha 2}{2}\frac{\partial 2\, V}{\partial x^2}(x,t) + \beta x=0, \quad (14)$$

з крайовою умовою $V(x,T)$, де $\alpha\frac{\partial V}{\partial x}$ – описує детерміноване зменшення енергії; $\frac{\alpha 2}{2}\frac{\partial 2\, V}{\partial x^2}$ — вплив випадкових флуктуацій споживання; βx— миттєва вигода.

Застосувавши диференційне перетворення (1), представлене як $X(k) = \frac{H^k}{k!}\left[\frac{\partial^k V}{\partial x^k}\right]_{t_0} \div x(t) = \sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k)\,\varphi$, до зворотного рівняння Колмогорова (13), отримаємо його диференційну модель. В подальшому, реалізувавши ряд процедур, по аналогії з вищеописаним, отримаємо, в аналітичному виді, **функції вигоди** $V(X(t),t)$.

Розв’язавши це рівняння, агент отримує $V(x,t)$ для будь-якого стану. Це дозволяє йому приймати рішення: наприклад, продовжувати місію, якщо очікувана вигода від дій переважає ризик. Рівняння Колмогорова забезпечує **прогнозування майбутніх вигод,** ґрунтуючись на поточному стані. Інтелектальний агент отримує інструмент для балансування між **короткостроковими діями** (миттєвою вигодою) та **довгостроковими наслідками.** Функція вигоди стає **базою для оптимізації стратегії.**

Таким чином, у безперервному часі зворотне рівняння Колмогорова прямо дає закон еволюції очікуваної вигоди, що стає основою для оптимальної політики агента. Інтелектуальний агент оптимізує не лише локальну дію, але й глобальну траєкторію з

урахуванням майбутніх станів системи. Поєднання цього підходу з методами диференційного моделювання розглянутими вище, робить можливим розв'язання складних задач у високорозмірних просторах станів.

Диференційні моделі визначення еволюції функції щільності ймовірностей *P(X(t),t)* інтелектуального агента

В третьому концептуальному підході використовуються креативні алгоритми визначення еволюції функції щільності ймовірностей *P(X(t),t).* Вона представляє ймовірнісний **опис невизначеності**, тобто статистично представляє собою розподілення ймовірного перебігу подій при обраній стратегії і показує, в якому стані $X^*(t)=(x^*_1(t),x^*_2(t),\dots,x^*_n(t))^T$ може знаходитися інтелектуальний агент у час t^*, якщо рухається за заданою стратегією. Фактично щільність ймовірностей *P(x,t)* визначає імовірнісний «ландшафт» можливих станів агента у часі.

Обчислення функції щільності ймовірностей *P(X(t),t)* дуже часто реалізується шляхом рішення прямого рівняння Колмогорова. Це забезпечує статистичний опис ризиків та ймовірнісну інтерпретацію стратегій агента

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(\alpha(x,t)\,P(x,t)) + \frac{\alpha 2}{2}\frac{\partial 2}{\partial x^2}(D(x,t)\,P(x,t)), \qquad (15)$$

де *a(x,t)*- відображає прогнозовану частину динаміки середовища; *D(x,t)* описує невизначеність та випадкові фактори, що впливають на агента.

Представивши рівняння Колмогорова (15) в диференційній області, отримаємо диференційну модель, яка формалізує еволюцію щільності *P(X(t),t),* інтелектуального агента. Реалізувавши, аналогічно вищеописаному, ряд процедур в диференційній області, отримаємо рішення у вигляді ряду Тейлора. Отримане в аналітичній формі рішення рівнянь Колмогорова (15) відкриває можливість оцінити розподіл майбутніх станів агента, формувати очікувану функцію вигоди *V(X(t),t)* через інтегрування *P(x,t),* а також формувати стратегії, що враховують не лише середнє значення стану, а й повну ймовірнісну структуру. Розглянуті три взаємопов'язані концептуальні підходи організації диференційних моделей для прийняття рішень інтелектуальними агентами в динамічному середовищі (рис.3), взаємоінтеграція яких представляє єдиний методологічний комплекс оптимізації стратегій агентів.

Ці три підходи утворюють **замкнену логічну петлю** локальної оптимізації **ризику,** що дозволяє агенту уникати небезпечних траєкторій; визначення **функції вигоди** *V(X(t),t),* що задає стратегічну мету і формує оптимальну дію *u(x,t)*; формалізації еволюції щільності *P(X(t),t),* що описує розподіл можливих станів та формує базу для статистичних оцінок. **Єдина інтегрована методологія,** що поєднує ризик-орієнтоване моделювання, оптимізацію очікуваної вигоди та ймовірнісну еволюцію станів. **Єдина інтегрована методологія,** що поєднує ризик-орієнтоване моделювання, оптимізацію очікуваної вигоди та ймовірнісну еволюцію станів дозволяє будувати **адаптивні стратегії інтелектуальних агентів,** які одночасно враховують ризики (обережність), орієнтовані на вигоду (раціональність), базуються на ймовірнісній природі середовища (реалістичність).

Концепції створення диференційних моделей взаємодоповнюють одна-одну і, завдяки цьому, створюють **єдиний методологічний каркас для проєктування та аналізу стратегій інтелектуальних агентів** у складних стохастичних середовищах.

Рис. 3. Концептуальні підходи організації диференційних моделей

Висновки

У статті було проведено дослідження трьох ключових концептуальних підходів:

1. Диференційні моделі локальної оптимізації ризику дозволяють враховувати стохастичну природу середовища та описувати реакцію агента на змінні умови шляхом аналізу локальних функцій ризику $f(x_1(t),x_2(t),\ldots,x_n(t))$. Це створює підґрунтя для формалізації індивідуальних рішень у невизначених сценаріях.

2. Диференційні моделі визначення очікуваної вигоди $V(X(t),t)$, базуються на застосуванні зворотного рівняння Колмогорова, що забезпечує математичну основу для розрахунку інтегральних виграшів. Цей підхід формує ключовий зв'язок між станами середовища, діями агента та його стратегічними цілями.

3. Диференційні моделі еволюції функції щільності ймовірностей $P(X(t),t)$, описувані прямим рівнянням Колмогорова, дають можливість відстежувати динаміку розподілу станів системи. Це дозволяє інтелектуальному агенту прогнозувати ймовірні траєкторії розвитку середовища та адаптувати свої рішення.

4. Показано, що ці три підходи не існують ізольовано, а утворюють єдиний методологічний комплекс, у якому:

- моделі ризику формують локальні критерії прийняття рішень;
- функція вигоди визначає стратегічну оптимальність;
- еволюція щільності ймовірностей забезпечує глобальний прогноз динаміки середовища.

5. Показано, що інтеграція цих моделей створює цілісну систему математичного опису та оптимізації стратегій інтелектуальних агентів у складних умовах невизначеності. Це підґрунтя може бути використане як для теоретичного аналізу, так і для розробки практичних алгоритмів у сфері штучного інтелекту, управління ризиками та адаптивних систем прийняття рішень.

Література

1. Стратегія розвитку штучного інтелекту в Україні. За загальною редакцією А. І. Шевченка. Видавництво «Торпеда». Київ – 2023 р. С 306.

2. Стасюк О. І. Принципи відображення інноваційних моделей штучного інтелекту в інтелектуальних комп'ютерних мережах оптимізації функціонування енергетичних систем. Штучний інтелект. Національна академія наук України, Інститут проблем штучного інтелекту МОН України і НАН України. 2024, № 1, стр. 18-30. https://doi.org/10.15407/jai2024.01.018

3. Стасюк О. І., Гончарова Л. Л., Грищук Р. В. Математичні моделі визначення оптимальної стратегії кібербезпеки інтелектуальних комп'ютерних мереж дистанції електропостачання залізниць. Штучний інтелект. Національна академія наук України, Інститут проблем штучного інтелекту МОН України і НАН України. 2024, № 2, стр. 20-30. https://doi.org/10.15407/jai2024.02.020

4. Стасюк О. І., Гончарова Л. Л. Математичні інноваційно-пізнавальні моделі штучного інтелекту на основі теорії диференційних перетворень. Штучний інтелект. Національна академія наук України, Інститут проблем штучного інтелекту МОН України і НАН України. 2024, № 3, стр. 10-31. https://doi.org/10.15407/jai2024.03.010

5. Стасюк О. І., Гончарова Л. Л. Диференційні моделі, інтегровані у стратегії оптимізації інформаційного контенту середовища з випадковістю ШІ-систем. Штучний інтелект. Національна академія наук України, Інститут проблем штучного інтелекту МОН України і НАН України. 2025, № 1, стр. 45-59. https://doi.org/10.15407/jai2025.01.045

6. Стасюк О. І., Гончарова Л. Л. Диференційні моделі відображення оптимізації архітектури та режимів стану ЩІ-мереж. Штучний інтелект. Національна академія наук України, Інститут проблем штучного інтелекту МОН України і НАН України. 2025, № 2, стр. 18-31. https://doi.org/10.15407/jai2025.02.018

7. Sopel, M., Stasyuk, O., Kuznetsov, V., Goncharova, L., Hubskyi, P. Regina computer system for intelligent monitoring, diagnostics, and management of railway power supply systems Diagnostykathis link is disabled, 2021, 22(4), стр. 77–88. (Scopus) (Q3). https://www.ceeol.com/search/articledetail?id=1119979, DOI: 10.29354/diag/143556

8. Stasiuk, A., Kuznetsov, V., Goncharova,L., Hubskyi, P. Models of the computer intellectualization optimal strategy of the power supply fast-flowing technological processes of the railways traction substations. Communications – Scientific Letters of the University of Zilina, 2021, 23(2), стр.C30–C36. (Scopus) (Q3). http://komunikacie.uniza.sk/index.php/communications/article/view/1680 DOI: 10.26552/com.C.2021.2.C30-C36

9. Stasiuk O.I., Goncharova L.L. Mathematical Models and Methods for Analyzing Computer Control Networks of Railway Power Supply. New Means Cybernetics, Informatics, Computers Engineering and Systems Analysis. Springer Science+Business Media New York 2018. Volume 54, Issue 1, February 2018, Pages 165-172. (Scopus) (Q3). https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-018-0017-0, DOI: 10.1007/s10559-018-0017-0

10. Stasiuk A.I., Hryshchuk, R.V., Goncharova L.L.Mathematical differential models and methods for assessing the cybersecurity of computer networks intelligent control of technological processes of railway power supply. New Means Cybernetics, Informatics, Computers Engineering and Systems Analysis. Springer Science+Business Media New York 2018. Volume 54, Issue 4, February 2018, Pages 671-68. (Scopus) (Q3). https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-018-0068-2, DOI: 10.1007/s10559-018-0068-2

11. Stasiuk A.I., Hryshchuk, R. V., Goncharova L. L. A Mathematical Cybersecurity Model of a Computer Network for the Control of Power Supply of Traction Substations. Cybernetics and Systems Analysis. Springer Science+Business Media New York Volume 53, Issue 3, May 2017, Pages 476-484. https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-017-9949-z, DOI: 10.1007/s10559-017-9949-z

12. Stasyuk, A.I., Lidiya L.L, Goncharova, Mathematical models and methods of the analysis of computer networks of control of power supply of railways traction substations L.L. Journal of Automation and Information Sciencesthis link is disabled, 2017, 49(2), стр. 50–60. http://www.dl.begellhouse.com/journals/2b6239406278e43e,5bdc44c95254b2ed,779791cb12ca6912.html DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i2.50

13. Alexander I. Stasiuk, Lidiya L.Goncharova Mathematical Models and Methods of Formation of Intelligent Computer Networks forControl of Power Supply and Optimization of PowerConsumption of Railways. Journal of Automation and Information Sciences. Begell House Inc. (США), New-York, Connecticut. Volume 50, 2018 Issue 8 , pages 50-65. SCOPUS, Web of Science, ISI, INIS Atomindex,io-port.net. http://www.dl.begellhouse.com/journals/2b6239406278e43e,2ec3cf2b062398ac,5e87262e3b8eefd4.htm, DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i8.50

14. Pukhov G.E., Taylor transformations and theirapplication in electrical engineering and electronics [in Russian], Naukova dumka, Kiev, 1978.

References

1. Stratehiia rozvytku shtuchnoho intelektu v Ukraini. Za zahalnoiu redaktsiieiu A. I. Shevchenka. Vydavnytstvo «Torpeda». Kyiv – 2023 r. S 306.

2. Stasiuk O.I. The principles of displaying innovative models of artificial intelligence in intelligent computer networks for optimizing the functioning of energy systems. Artificial Intelligence. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Artificial Intelligence Problems of the Ministry of Education and Science of Ukraine and the National Academy of Sciences of Ukraine. 2024, No. 1, pp. 18-30. https://doi.org/10.15407/jai2024.01.018

3. Stasyuk O. I., Goncharova L. L., Hryshchuk R. V. Mathematical models for determining the optimal cybersecurity strategy for intelligent computer networks of the railway power supply distance. Artificial Intelligence. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Artificial Intelligence Problems of the Ministry of Education and Science of Ukraine and the National Academy of Sciences of Ukraine. 2024, No. 2, pp. 20-30. https://doi.org/10.15407/jai2024.02.020

4. Stasyuk O. I., Goncharova L. L. Mathematical innovative and cognitive models of artificial intelligence

based on the theory of differential transformations. Artificial Intelligence. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Artificial Intelligence Problems of the Ministry of Education and Science of Ukraine and the National Academy of Sciences of Ukraine. 2024, No. 3, pp. 10-31.
https://doi.org/10.15407/jai2024.03.010

5. Stasyuk O. I., Goncharova L. L. Differential models integrated into the strategy for optimizing the information content of the environment with a variety of shi-systems. Piece intelligence. Artificial Intelligence. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Artificial Intelligence Problems of the Ministry of Education and Science of Ukraine and the National Academy of Sciences of Ukraine. 2025, № 1, стр. 45-59.
https://doi.org/10.15407/jai2025.01.045

6. Stasyuk O. I., Goncharova L. L. Differential models for the optimization of architecture and modes will become a limit. National Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Artificial Intelligence Problems of the Ministry of Education and Science of Ukraine and the National Academy of Sciences of Ukraine. 2025, № 2, стр. 18-31.
https://doi.org/10.15407/jai2025.02.018

7. Sopel, M., Stasyuk, O., Kuznetsov, V.,Goncharova, L., Hubskyi, P. Regina computer system for intelligent monitoring, diagnostics, and management of railway power supply systems Diagnostykathis link is disabled, 2021, 22(4), стр.77–88 (Scopus) (Q3).
https://www.ceeol.com/search/articledetail?id=1119979, DOI: 10.29354/diag/143556

8. Stasiuk, A., Kuznetsov, V., Goncharova, L., Hubskyi, P. Models of the computer intellectualization optimal strategy of the power supply fast-flowing technological processes of the railways traction substations. Communications - Scientific Letters of the University of Zilina, 2021, 23(2), стр. C30–C36. (Scopus) (Q3).
http://komunikacie.uniza.sk/index.php/communications/article/view/1680,
DOI: 10.26552/com.C.2021.2.C30-C36

9. Stasiuk O.I., Goncharova L.L. Mathematical Models and Methods for Analyzing Computer Control Networks of Railway Power Supply. New Means Cybernetics, Informatics, Computers Engineering and Systems Analysis. Springer Science+Business Media New York 2018. Volume 54, Issue 1, February 2018, Pages 165-172. (Scopus) (Q3).
https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-018-0017-0, DOI: 10.1007/s10559-018-0017-0

10. Stasiuk A.I., Hryshchuk, R.V., Goncharova L.L. Mathematical differential models and methods for assessing the cybersecurity of computer networks intelligent control of technological processes of railway power supply. New Means Cybernetics, Informatics, Computers Engineering and Systems Analysis.Springer Science+Business Media New York 2018. Volume 54, Issue 4, February 2018, Pages 671-68. (Scopus) (Q3)
https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-018-0068-2, DOI: 10.1007/s10559-018-0068-2

11. Stasiuk A.I., Hryshchuk, R. V., Goncharova L. L. A Mathematical Cybersecurity Model of a Computer Network for the Control of Power Supply of Traction Substations. Cybernetics and Systems Analysis. Springer Science+Business Media New York Volume 53, Issue 3, May 2017, Pages 476-484.
https://link.springer.com/article/10.1007/s10559-017-9949-z, DOI: 10.1007/s10559-017-9949-z

12. Stasyuk, A.I., Lidiya L. Goncharova, Mathematical models and methods of the nalysis of computer networks of control of power supply of railways traction substations L.L. Journal of Automation and Information Sciencesthis link is disabled, 2017, 49(2), стр. 50–60.
http://www.dl.begellhouse.com/journals/2b6239406278e43e,5bdc44c95254b2ed,779791cb12ca6912.html,
DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v49.i2.50

13. Alexander I. Stasiuk, Lidiya L. Goncharova Mathematical Models and Methods of Formation of Intelligent Computer Networks for Control of Power Supply and Optimization of Power Consumption of Railways. Journal of Automation and Information Sciences. Begell House Inc. (США), New York, Connecticut. Volume 50, 2018 Issue 8 , pages 50-65. SCOPUS, Web of Science, ISI, INIS Atomindex, io-port.net.
http://www.dl.begellhouse.com/journals/2b6239406278e43e,2ec3cf2b062398ac,5e87262e3b8eefd4.html,
DOI: 10.1615/JAutomatInfScien.v50.i8.50

14. Pukhov G.E., Taylor transformations and their application in electrical engineering and electronics [in Russian], Naukova dumka, Kiev, 1978.

The article has been sent to the editors 28.02.26.
After processing 15.02.26.
Submitted for printing 30.03.26.

Copyright under license CCBY-SA4.0